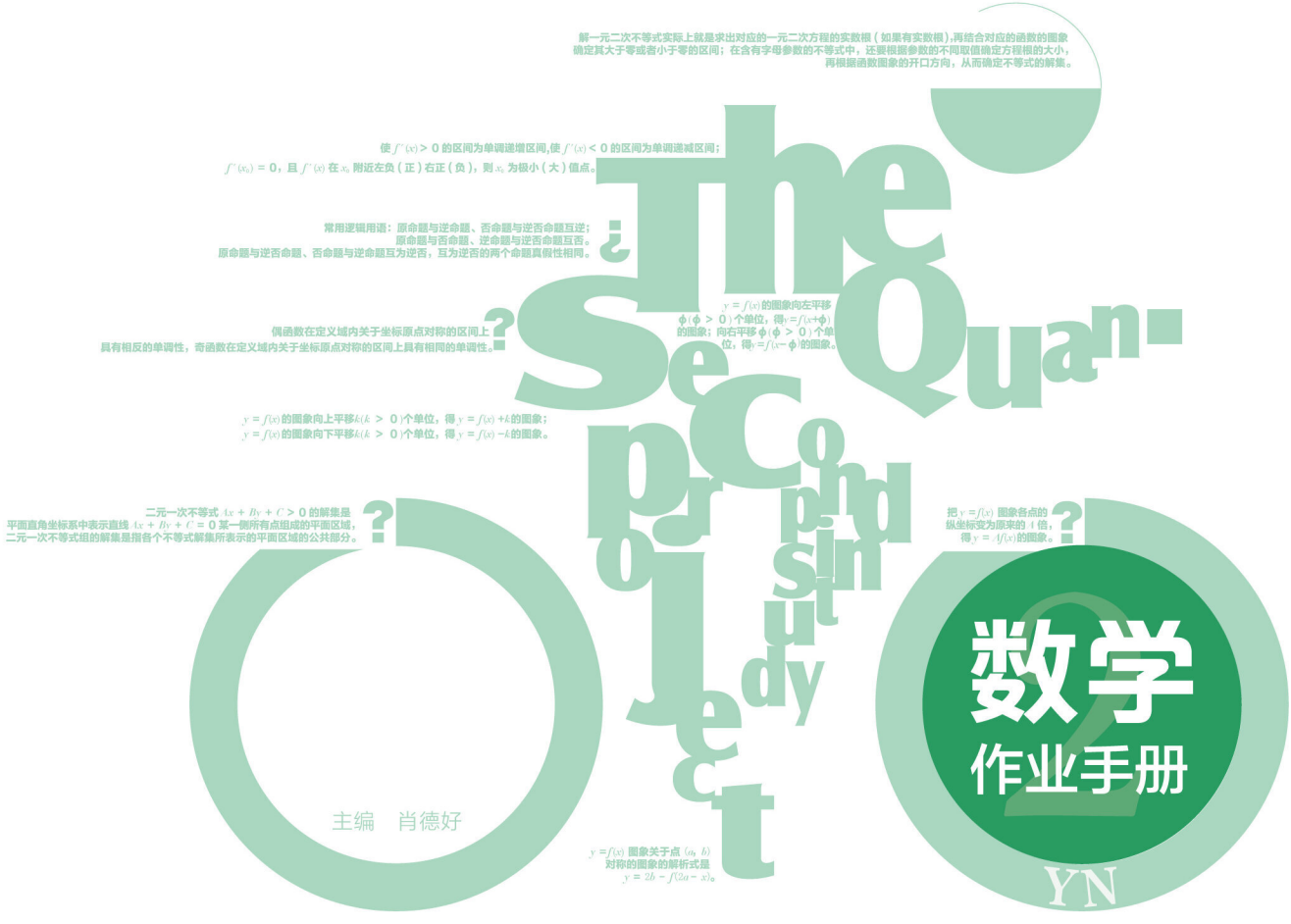
责任编辑：张芳芳　孙鸿宇
封面设计：全品视觉组

全品高考
第二轮专题



云发改价格审 [2026] 029

服务热线　400-0555-100

绿色印刷产品

ISBN 978-7-5716-5555-6

定价：40.28元

CONTENTS 目录

限时集训（一） **第 1 讲　三角恒等变换** …… 093
限时集训（二） **第 2 讲　三角函数的图象与性质** …… 095
限时集训（三） **第 3 讲　平面向量** …… 097
限时集训（四） **第 4 讲　解三角形** …… 099
专题综合训练（一） …… 101
限时集训（五） **第 5 讲　等差数列、等比数列** …… 103
限时集训（六） **第 6 讲　求递推数列的通项公式** …… 105
限时集训（七） **第 7 讲　数列求和** …… 107
第 1 课时　裂项相消与错位相减法求和 …… 107
第 2 课时　并项求和与分组求和 …… 109
专题综合训练（二） …… 111
限时集训（八） **第 8 讲　空间几何体** …… 113
限时集训（九） **第 9 讲　球的切接问题** …… 115
限时集训（十） **第 10 讲　空间角的计算** …… 117
限时集训（十一） **第 11 讲　空间距离与探索性问题** …… 119
限时集训（十二） **第 12 讲　立体几何中的动态问题** …… 121
专题综合训练（三） …… 123
限时集训（十三） **第 13 讲　排列组合与二项式定理** …… 125
限时集训（十四） **第 14 讲　概率** …… 127
限时集训（十五） **第 15 讲　随机变量的分布列及数字特征** …… 129
限时集训（十六） **第 16 讲　统计与成对数据的统计分析** …… 131
专题综合训练（四） …… 133
限时集训（十七） **第 17 讲　直线与圆** …… 137
限时集训（十八） **第 18 讲　圆锥曲线的方程与性质** …… 139
限时集训（十九） **第 19 讲　直线与圆锥曲线的位置关系** …… 141
限时集训（二十） **第 20 讲　圆锥曲线的综合问题** …… 143
第 1 课时　定点问题与定值问题 …… 143
第 2 课时　定线问题与最值范围问题 …… 145
专题综合训练（五） …… 147
限时集训（二十一） **第 21 讲　函数的图象与性质** …… 151
限时集训（二十二） **第 22 讲　应用导数求解函数问题** …… 153
限时集训（二十三） **第 23 讲　利用导数研究零点问题** …… 155
限时集训（二十四） **第 24 讲　利用导数求解不等式问题** …… 157
第 1 课时　利用导数研究不等式恒（能）成立问题 …… 157
第 2 课时　利用导数证明不等式 …… 159
专题综合训练（六） …… 161

■ 参考答案 /204

一、单项选择题

1. [2026·四川绵阳二模] 已知 $\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{2}$，则 $\tan\alpha=$ （ ）

A. -1　　B. 1

C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

2. [2026·广东揭阳二模] 若 $\alpha\in(0,\pi)$，$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\frac{1}{2}$，则 $\sin\alpha-\cos\alpha=$ （ ）

A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

3. [2026·河北唐山二模] 已知 $\sin\theta=-\sin 2\theta$，$\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，则 $\tan\theta=$ （ ）

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. -1

C. $-\sqrt{3}$　　D. -2

4. [2026·内蒙古包头二模] 在平面直角坐标系 Oxy 中，角 α 与角 β 均以 Ox 为始边，已知角 α 的终边在第一象限，且 $\cos\alpha=\frac{1}{3}$，将角 α 的终边按照逆时针方向旋转 60° 得到角 β 的终边，则 $\sin\beta=$ （ ）

A. $\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$　　B. $\frac{1-2\sqrt{6}}{6}$

C. $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$　　D. $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$

5. [2026·安徽合肥二模] 已知 $\frac{1-\sin 2\alpha}{\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)}=1$，则 $\sin 2\alpha=$ （ ）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{4}$

6. [2026·湖南岳阳一模] 已知 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\beta\in(0,\pi)$，$\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\sin(\alpha+\beta)=\frac{5}{13}$，则 $\cos\beta=$ （ ）

A. $-\frac{56}{65}$　　B. $\frac{56}{65}$

C. $-\frac{16}{65}$　　D. $\frac{56}{65}$ 或 $-\frac{16}{65}$

7. [2026·全国Ⅱ卷] 已知 α 为第二象限角，$3\sin 2\alpha\cos\alpha=8\sin\alpha\cos 2\alpha$，则 $\frac{1+\sin\alpha}{2-\cos\alpha}=$ （ ）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{5}{12}$

8. [2026·湖北宜昌二模] 若 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\cos\left(\alpha-\frac{2\pi}{5}\right)+2\cos\alpha=4\cos\alpha\cdot\cos^2\frac{\pi}{5}$，则 $\alpha=$ （ ）

A. $\frac{2\pi}{5}$　　B. $\frac{3\pi}{10}$

C. $\frac{\pi}{5}$　　D. $\frac{\pi}{10}$

二、多项选择题

9. [2026·湖南常德二模] 已知 $\tan x=2$,则 (　　)

A. $\dfrac{2\sin x+\cos x}{\sin x+\cos x}=\dfrac{5}{3}$

B. $\sin 2x=-\dfrac{4}{5}$

C. $\sin^2 x+\sin x\cos x=\dfrac{6}{5}$

D. $\cos 2x=-\dfrac{3}{5}$

10. 已知 α,β 为锐角,$\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$,$\sin(\alpha-\beta)=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$,则 (　　)

A. $\sin 2\alpha=\dfrac{4}{5}$　　B. $\cos 2\alpha=-\dfrac{3}{5}$

C. $\sin\beta=\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$　　D. $\tan\beta=\dfrac{1}{7}$

11. 已知 $\sin\left(\alpha+\beta+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\alpha-\beta-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{3}$,则 $\tan\beta$ 的值可能为 (　　)

A. 1　　B. -1

C. $\dfrac{9-4\sqrt{2}}{7}$　　D. $\dfrac{9+4\sqrt{2}}{7}$

三、填空题

12. [2026·浙江宁波二模] 若 $\tan\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)=3$,则 $\tan\alpha=$_____.

13. [2026·湖北黄冈三模] 若 $\sin(\alpha-20^\circ)=\dfrac{\sin 20^\circ}{\tan 20^\circ-\sqrt{3}}$,则 $\cos(2\alpha-40^\circ)=$_____.

14. [2026·北京海淀区二模] 若锐角 α 满足 $\tan\alpha\leqslant\cos\alpha$,则 $\sin\alpha$ 的一个取值为_____,$\cos 2\alpha$ 的最小值为_____.

思维探索

15. 若存在 $\varphi\in\mathbf{R}$,使得对任意 $n\in\mathbf{Z}$,都有 $\cos\left(\dfrac{2n\pi}{3}+\varphi\right)\leqslant m$ 成立,则实数 m 的最小值为 (　　)

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

16. (多选题)[2026·广东广州一模] 已知 $x\neq y$,则下列说法中正确的是 (　　)

A. $\exists x,y\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$,$\sin x+\sin y<\sin(x+y)$

B. $\forall x,y\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$,$\sin x+\sin y<2\sin\dfrac{x+y}{2}$

C. $\exists x,y\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$,$\sin x-\sin y<\sin(x-y)$

D. $\forall x,y\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$,$\sin x-\sin y<2\sin\dfrac{x-y}{2}$

一、单项选择题

1. [2026·湖北襄阳一模] 把函数 $f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再把所得图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，得到函数 $y=\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{12}\right)$ 的图象，则 $f(x)=$（　　）

A. $\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{7\pi}{12}\right)$　　B. $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

C. $\sin\left(2x-\frac{7\pi}{12}\right)$　　D. $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

2. [2026·江苏苏州三模] 已知函数 $f(x)=\tan\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$，则下列选项中不是 $f(x)$ 图象的对称中心的是（　　）

A. $\left(\frac{\pi}{8},0\right)$　　B. $\left(\frac{\pi}{4},0\right)$

C. $\left(\frac{3\pi}{8},0\right)$　　D. $\left(\frac{5\pi}{8},0\right)$

3. [2026·江西九江一模] 下列函数中，在 $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ 上单调递增的是（　　）

A. $f(x)=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

B. $f(x)=\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$

C. $f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

D. $f(x)=\tan\left(\frac{\pi}{6}-x\right)$

4. [2026·河南郑州模拟] 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递增，且其图象关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称，则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=$（　　）

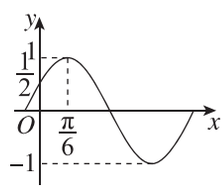
A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. [2026·浙江温州二模] 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 内恰有一个极值点，则 ω 可能的取值为（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. 4

6. [2026·山东济宁三模] 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，将 $f(x)$ 的图象向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象，设函数 $g(x)$ 的最小正周期为 T，则（　　）



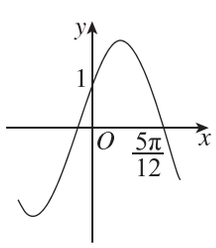
A. $T=2\pi,g\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $T=\pi,g\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $T=2\pi,g\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$

D. $T=\pi,g\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$

7. [2026·福建泉州二模] 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则（　　）



A. $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6}\right]$ 上单调递减

B. $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{4\pi}{3},\frac{11\pi}{6}\right]$ 上单调递增

C. $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后得到的图象关于 y 轴对称

D. $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{11\pi}{12}$ 个单位长度后得到的图象关于原点中心对称

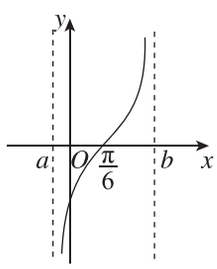
8. [2026·四川宜宾一模] 已知 $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，对任意 $a\in\mathbf{R}$，存在 $x\in\left[a-\frac{\pi}{4},a+\frac{\pi}{4}\right]$，使得 $|\sin x+\cos x|\geqslant 2\sin\theta$ 成立，则 θ 的最大值为（　　）

A. $\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{3}$

二、多项选择题

9. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}\tan(\omega x+\varphi)\left(0<\omega<8,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 在一个周期 (a,b) 内的图象如图所示，且 $f(0)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，则下列结论中正确的是（　　）



A. $\varphi=\frac{\pi}{3}$

B. $\omega=2$

C. $a=-\frac{\pi}{12},b=\frac{5\pi}{12}$

D. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$ 对称

10. [2026·广东广州二模] 已知函数 $f(x)=\cos x+\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{3}\cos 3x+\frac{1}{4}\cos 4x$，则（　　）

A. 2π 是 $f(x)$ 的一个周期

B. 直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 是 $f(x)$ 图象的一条对称轴

C. $f(x)$ 的最大值为 $\frac{25}{12}$

D. $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ 上单调递减

11. [2026·安徽合肥一模] 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$. 若存在不相等的实数 x_1，x_2，使得 $[f(x_1)+1]\cdot[f(x_2)+1]=4$，则下列说法中正确的有（　　）

A. $f(x_1)=f(x_2)=1$

B. 若 $|x_1-x_2|$ 的最小值为 π，则 $\omega=1$

C. 若 $x_1,x_2\in[0,\pi]$，则 ω 的取值范围为 $\left[\frac{13}{6},+\infty\right)$

D. 若 $x_1,x_2\in[0,\pi]$，且 $|x_1-x_2|$ 的最大值为 $\frac{4\pi}{\omega}$，则 ω 的取值范围为 $\left[\frac{25}{6},\frac{37}{6}\right)$

三、填空题

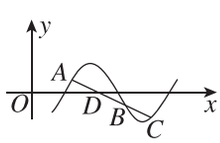
12. 已知函数 $f(x)=\sin\frac{x}{2}+\sqrt{3}\cos\frac{x}{2}$，$x\in[-2\pi,2\pi]$，则函数 $f(x)$ 的单调递增区间是_____.

13. 设函数 $f(x)=\tan(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,\varphi\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\right)$，$A$，$B$ 是直线 $y=\sqrt{3}$ 与曲线 $y=f(x)$ 的两个交点，且 $|AB|$ 的最小值为 π. 若 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$，则 $\varphi=$_____.

14. [2026·河北邯郸三模] 已知 $\theta\in(-\pi,\pi)$，则满足 $\cos 3\theta>\cos\theta$ 的 θ 的取值范围为_____.

思维探索

15. 如图，已知 $\omega>0$，在函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图象中，其图象上的点 A，B，C 是同一直线上的三个点，且该直线与 x 轴交于点 D，若 $|AD|=|DB|=|BC|=1$，则 $\omega=$_____.



基础教育行业专供 全品 30年专注教育行业

一、单项选择题

1. [2026·湖北襄阳一模] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(t,1)$，$\boldsymbol{b}=(2,-3)$，且 $\boldsymbol{a}\parallel(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则 $t=$ （ ）

A. $-\frac{2}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. $-\frac{3}{2}$　　D. $\frac{3}{2}$

2. [2026·全国Ⅱ卷] 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=1$，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$ （ ）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. $-\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{1}{2}$

3. [2026·湖北黄冈二模] 若单位向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$，向量 $\boldsymbol{m}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，向量 $\boldsymbol{n}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，则下列命题中为假命题的是 （ ）

A. $|\boldsymbol{m}|=|\boldsymbol{n}|$　　B. $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{a}=1$

C. $\boldsymbol{m}\parallel\boldsymbol{n}$　　D. $\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$

4. [2026·江苏南通一模] 在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{EA}$，则 $\overrightarrow{DE}=$ （ ）

A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$　　B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$　　D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

5. 已知在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90^\circ$，$|AB|=2|BC|=2$，$BM\perp AC$，且点 M 在 AC 上，则 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BM}=$ （ ）

A. $\frac{2}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

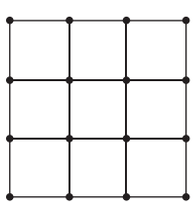
C. $\frac{4}{5}$　　D. 1

6. [2026·重庆三模] 在正方形 $ABCD$ 中，$AB=1$，点 E 在直线 AD 上且满足 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AD}(\lambda\in\mathbf{R})$，点 F 在直线 CB 上且满足 $\overrightarrow{CF}=\mu\overrightarrow{CB}(\mu\in\mathbf{R})$. 已知 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}$，则 $\lambda+\mu=$ （ ）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1

C. $\frac{3}{2}$　　D. 2

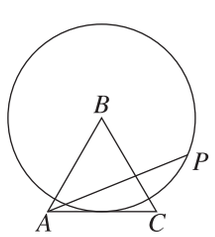
7. 已知如图是一个边长为3的九宫格（由9个边长为1的小正方形构成），九宫格中有16个节点（如图加黑的16个点），从这16个点中任选互不相同的三个点 A,B,C，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 的最大值为 （ ）



A. 12　　B. 13

C. 15　　D. 18

8. [2026·浙江三地市二模] 如图，已知正三角形 ABC 的边长为2，以 B 为圆心的圆与直线 AC 相切，若点 P 是圆 B 上的动点，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP}$ 的最大值是 （ ）



A. $2\sqrt{3}$　　B. $2+\sqrt{3}$

C. 4　　D. $2+2\sqrt{3}$

二、多项选择题

9. [2026·四川成都三模] 已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,-1)$，则 （　）

A. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2$　　B. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$

C. $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})/\!/(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$　　D. $\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\rangle=\dfrac{\pi}{4}$

10. [2026·广东东莞二模] 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为单位向量，且 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为 $\dfrac{1}{2}\boldsymbol{b}$，则下列说法正确的是 （　）

A. $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$

B. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$

C. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$

D. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=1$

11. [2026·湖北黄冈二模] 已知在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC=5$，$BC=6$，P 为 $\triangle ABC$ 内的一点，$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则下列说法正确的是（　）

A. 若 P 为 $\triangle ABC$ 的重心，则 $2x+y=1$

B. 若 P 为 $\triangle ABC$ 的内心，则 $x+y=\dfrac{5}{6}$

C. 若 P 为 $\triangle ABC$ 的外心，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=\dfrac{25}{2}$

D. 若 P 为 $\triangle ABC$ 的垂心，则 $\cos\langle\overrightarrow{AP},\overrightarrow{BP}\rangle=-\dfrac{3}{5}$

三、填空题

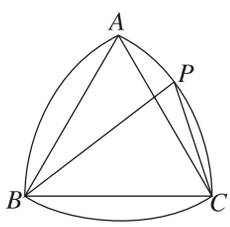
12. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(3,x)$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 共线，则 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$_____.

13. [2026·湖北武汉三模] 在凸四边形 $ABCD$ 中，$AC=2$，$AD=1$，$AB\perp BC$，$AC\perp AD$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ 的最小值为_____.

14. [2026·东北三省三校二模] 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=1$，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2$，则 $|3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 的最大值为_____.

思维探索

15. 勒洛三角形是一种特殊的曲边三角形，分别以正三角形的顶点为圆心，以其边长为半径作圆弧，由这三段圆弧组成的曲边三角形称为勒洛三角形. 在如图所示的勒洛三角形中，已知 $\triangle ABC$ 的边长为 1，P 为弧 AC 上任意一点，则 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的取值范围为 （　）



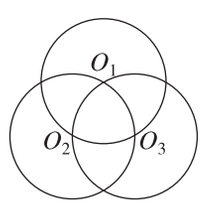
A. $\left[0,\dfrac{1}{2}\right]$　　B. $\left[0,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right]$

C. $\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right]$　　D. $\left[\dfrac{1}{2},1\right]$

16. [2026·浙江金华二模] 第十五届全国运动会会徽“同心礼花”由广东木棉花、香港紫荆花、澳门莲花的三朵花瓣交叠旋转而成，构成爱心形状，象征三地同心同源、深度融合. 会徽轮廓如图①，现将其简化为图②，半径均为 1 的圆 O_1,O_2,O_3 互相过圆心，A,B 为圆 O_1 上两点，且 $O_1A\perp O_1B$，点 C 在圆 O_2 与圆 O_3 上运动. 若 $\overrightarrow{O_1C}=\lambda\overrightarrow{O_1A}+\mu\overrightarrow{O_1B}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，则下列选项可能成立的是 （　）



①



②

A. $\lambda=-2$　　B. $\lambda\mu=3$

C. $\lambda-2\mu=-4$　　D. $\lambda^2+2\mu^2=5$

1. （13分）[2026·河南新乡三模] 已知$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$c(\sin B+\sin C)=a\sin A-b\sin B$.

(1)（5分）求A；

(2)（8分）若$a=\sqrt{7}$，点D为边BC的中点，$AD=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\angle BAC$的平分线交BC于点E，求AE的长.

2. （13分）[2026·浙江稽阳联谊二模] 已知$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$a\cos B=c-\frac{1}{2}b(c>b)$，$a=\sqrt{7}$，$\triangle ABC$的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

(1)（4分）求A；

(2)（4分）求c的值；

(3)（5分）求$\cos(A-B)$的值.

3. (15 分)[2026 · 全国Ⅰ卷] 已知在$\triangle ABC$中，$AB=3$，$BC=2\sqrt{3}$，$\cos B=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

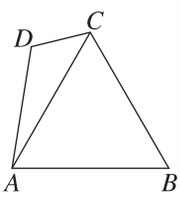
(1)(6 分)求$\cos A$；

(2)(9 分)设D，E两点满足：D在BA的延长线上，$DE/\!/BC$，$AE\perp AC$，若$DE=\sqrt{6}$，求CE.

4. (15 分)[2026 · 山东济宁三模] 如图，$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$a\cos C+c\cos A=2b\cos B$.

(1)(5 分)求B；

(2)(10 分)若D是$\triangle ABC$外的一点，且B，D在直线AC异侧，$AB=BC$，$CD=2$，$AD=4$，求平面四边形$ABCD$的面积的最大值.



专题综合训练（一）

时间 45分钟

一、单项选择题

1. [2026·江苏南京一模] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(0,1)$，$\boldsymbol{b}=(2,x)$，若 $\boldsymbol{b}\perp(\boldsymbol{b}-4\boldsymbol{a})$，则 $x=$ （ ）

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

2. 已知函数 $f(x)=(a\sin x+\cos x)\cos x$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称，则 $a=$ （ ）

A. $2\sqrt{2}$　　B. 2　　C. 1　　D. $\sqrt{3}$

3. 将函数 $f(x)=\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的图象，则在下列区间上 $g(x)$ 单调递减的是 （ ）

A. $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$　　B. $\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right)$

C. $\left(\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{6}\right)$　　D. $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$

4. 已知向量 $\overrightarrow{OA}=(\cos\beta,\sin\beta)$，将向量 $\overrightarrow{OA}$ 绕坐标原点 O 逆时针旋转 $\theta(0°<\theta<180°)$ 角得到向量 $\overrightarrow{OB}$，则下列说法正确的是 （ ）

A. $|\overrightarrow{AB}|<\sqrt{2}$

B. $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|\geqslant|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}|$

C. $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|\geqslant 1$

D. $(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})\perp(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})$

5. [2026·四川成都二模] 已知 $\alpha,\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，设甲：$\alpha+\beta>\frac{\pi}{2}$，乙：$\cos\alpha+\cos\beta<1$，则 （ ）

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

6. [2026·河南开封一模] 菱形 $ABCD$ 的边长为 2，$\angle BAD=60°$，M 为 CD 的中点，N 为 BC 的中点，则 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=$ （ ）

A. $2+\frac{5\sqrt{3}}{2}$　　B. $4+\frac{5\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{9}{2}$　　D. $\frac{13}{2}$

7. [2026·东北三省三校二模] 在 $\triangle ABC$ 中，若内角 A,B 为锐角，满足 $\frac{\sin A}{\sin B}=\cos(A+B)$，则 $\tan A$ 的最大值为 （ ）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

8. [2026·湖北黄冈三模] 已知函数 $f(x)=2\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$，若 $\exists x_1,x_2\in[0,\pi]$，$f(x_1)f(x_2)=-4$，则 ω 的最小值为 （ ）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{5}{4}$　　C. $\frac{7}{4}$　　D. $\frac{11}{6}$

二、多项选择题

9. [2025·全国一卷] 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{4}$，$\cos 2A+\cos 2B+2\sin C=2$，$\cos A\cos B\sin C=\frac{1}{4}$，则 （ ）

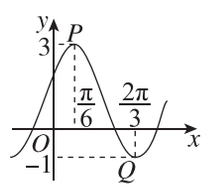
A. $\sin C=\sin^2 A+\sin^2 B$

B. $AB=\sqrt{2}$

C. $\sin A+\sin B=\frac{\sqrt{6}}{2}$

D. $AC^2+BC^2=3$

10. [2026·广东湛江二模] 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+b\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则 （ ）



A. $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+1$

B. 函数 $g(x)=f(x)+f\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的最大值为 $2\sqrt{2}+2$

C. 函数 $h(x)=f(x)\cos x$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{3},0\right)$ 对称

D. 方程 $f(x)=1+\sqrt{2}$ 在区间 $[0,2\pi]$ 上恰有 4 个实数根

11. 已知函数 $f(x)=4\sin\left(mx+\frac{\pi}{3}\right)-2(m>0)$，则下列结论正确的是（　　）

A. 若 $f(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$ 上恰有三个零点，则 $m\in[15,23)$

B. 若 $f(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$ 上恰有三个零点 x_1,x_2,x_3，则 $f(x_1+x_2+x_3)=-4$

C. 若 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增，则 $m\in\left[0,\frac{2}{3}\right]$

D. 若将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后所得图象与 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 对称，则 $m=6k+1,k\in\mathbf{N}$

三、填空题

12. [2026·浙江台州二模] 已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,2),\boldsymbol{b}=(x,y-1),x,y\in\mathbf{R}$，若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则 x^2+y^2 的最小值为_____.

13. [2026·北京东城区一模] 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\sin(\pi+\alpha)$，则 α 的一个可能取值为_____.

14. 函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-2\cos^2\frac{\omega x}{2}(\omega>0)$，已知 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$ 上恰有三个零点，则 ω 的取值范围为_____.

四、解答题

15. (15分)[2026·全国Ⅱ卷] 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\cos B=\frac{3}{4},\cos^2(A+C)+\sin A\sin C=1$.

(1)(7分)证明：$\triangle ABC$ 为钝角三角形；

(2)(8分)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{7}}{4}$，求 $\triangle ABC$ 的周长.

16. (15分)[2026·重庆三模] 在锐角三角形 ABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且满足 $\frac{\sqrt{3}\cos B\sin C}{\sin A}=\sin(C-B)+\sin A$.

(1)(7分)求 A；

(2)(8分)若角 A 的平分线交 BC 于点 D，$AD=\sqrt{3}$，求 $2b+c$ 的最小值.

一、单项选择题

1. [2026·广东东莞二模] 等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$a_3+a_4+a_5=24$，则$S_7=$（ ）

A. 64　　B. 56

C. 38　　D. 8

2. [2026·湖南新高考教学教研三模] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n-1$，数列$\{b_n\}$是以1为首项，2为公比的等比数列，则$a_{b_1}+a_{b_2}+\cdots+a_{b_{10}}=$（ ）

A. 1013　　B. 1014

C. 502　　D. 503

3. [2026·山东青岛一模] 设公差不为0的等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$S_7=28$，若a_3，a_4，a_8成等比数列，则$a_8=$（ ）

A. 16　　B. 8

C. 4　　D. 2

4. [2026·辽宁三校协作体一模] 设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_4=4$，$S_8=12$，则$S_{16}-S_{12}=$（ ）

A. 24　　B. 32

C. 36　　D. 108

5. 记等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知p：若$2a_k+a_7+a_{11}=36$，则S_9为定值. 若p为真命题，则$k=$（ ）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

6. [2026·河南南阳一模] 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_{2022}-a_{2023}+a_{2025}=5$，当$a_1^2+a_{4047}^2$取得最小值时，$a_{2026}=$（ ）

A. 5　　B. 6

C. 2025　　D. 2026

7. [2026·山东济南模拟] 记无穷等比数列$\{a_n\}$的公比为q，前n项和为S_n，若$a_1>0$，则“存在正数M，使得对任意正整数n，都有$S_n<M$”是“$0<q<1$”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

二、多项选择题

8. [2026·重庆二模] 已知S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和，d为公差，且$S_8<0$，$S_9>0$，则下列说法正确的是（ ）

A. $d>0$

B. 当$n=8$时，S_n取得最小值

C. $a_8<0$

D. $a_9>0$

9. [2026·全国Ⅱ卷] 设等比数列$\{a_n\}$的公比$q\neq1$，$a_1>0$，$2a_3=a_1+a_2$，记其前n项和为S_n，则（ ）

A. $q=-\dfrac{1}{2}$

B. $S_n>\dfrac{2a_1}{3}$

C. $2S_{n+2}=S_{n+1}+S_n$

D. $\sum\limits_{k=1}^{n}S_k>\dfrac{2na_1}{3}$

三、填空题

10. [2026·广东深圳一模] 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$3S_5=8S_3$，$S_4=26$，则$a_5=$_____.

11. [2026·江苏苏北七市二模] 已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=-3$，$11a_5=5a_8$，则$\{a_n\}$的前n项和S_n的最小值为_____.

12. 已知各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，a_1，a_2是关于x的方程$x^2-4x+p=0$的两个不等实根，则$4S_6+S_2-6S_4$的最小值为_____.

四、解答题

13. (13 分)[2026·福建福州模拟] 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,已知 $S_9=90$,$a_3=14$.

(1)(6 分)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)(7 分)设函数 $f(x)=2^{x+2}-2^{-x-2}+1$,记 $b_n=f(a_n)$,求数列$\{b_n\}$的前 21 项和 T_{21}.

14. (13 分)[2026·湖北黄石一模] 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=0$,$a_{n+1}=\dfrac{2a_n+1}{a_n+2}$.

(1)(6 分)设 $b_n=\dfrac{a_n-1}{a_n+1}$,证明$\{b_n\}$是等比数列,并求$\{b_n\}$的通项公式;

(2)(7 分)判断数列$\{a_n\}$的单调性.

思维探索

15. [2026·全国Ⅰ卷] 一百零八塔位于宁夏回族自治区青铜峡市,以其独特的建筑格局和深远的历史文化闻名遐迩,该塔群共有 108 座塔,依山势自上而下排成 12 行,将第 i 行中塔的座数记为 a_i($i=1,2,\cdots,12$),其中 $a_1=1$,$a_2=a_3=3$,$a_4=a_5=5$,且 $a_6,a_7,\cdots,a_{12}$ 是一个首项为 7,公差为 2 的等差数列,将 $a_1,a_2,\cdots,a_{12}$ 分为 6 组,每组 2 个数,使得每组的 2 个数之和可构成一个项数为 6 且公差为 d($d>0$)的等差数列,则 $d=$ (　　)

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

16. [2026·山东淄博一模] 在数列的每相邻两项之间插入此两项的和,形成新的数列,再把所得数列按照同样的方法不断构造出新的数列.现将数列 1,2 进行构造,第 1 次得到数列 1,3,2;第 2 次得到数列 1,4,3,5,2;…;第 n($n\in\mathbf{N}^*$)次得到数列 $1,x_1,x_2,x_3,\cdots,x_k,2$. 记 $a_n=1+x_1+x_2+x_3+\cdots+x_k+2$($k\in\mathbf{N}^*$),则 $a_n=$ _____.

一、单项选择题

1. [2026·广东深圳模拟] 已知数列$\{a_n+b_n\}$是等差数列，数列$\{a_n-b_n\}$是等比数列，且$a_1=2$，$b_1=0$，$a_2=\frac{9}{2}$，$b_2=\frac{1}{2}$，则$a_{99}=$（　）

A. $2^{98}+148$　　B. $2^{99}+148$

C. $2^{99}+147$　　D. $2^{98}+147$

2. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，且$a_{n+1}=a_n+2n+3$（$n\in\mathbf{N}^*$），则$a_{15}=$（　）

A. 223　　B. 233

C. 243　　D. 253

3. [2026·浙江嘉兴二模] 若数列$\{x_n\}$满足：从第二项起，每一项与它的前一项的差依次排成一列，组成的新数列是一个公差为k的等差数列，则称数列$\{x_n\}$为“k-等差数列”. 已知$\{a_n\}$为“2-等差数列”，且$a_1=1$，$a_2=3$，则$a_{11}=$（　）

A. 91　　B. 111

C. 121　　D. 133

4. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_na_{n+1}=(n+1)a_n-na_{n+1}$，$a_1=\frac{1}{2}$，则$a_1a_2a_3a_4a_5a_6=$（　）

A. $\frac{1}{28}$　　B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{7}$　　D. $\frac{1}{4}$

5. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_{n+1}+(-1)^nS_n=2n+1$，则$a_6=$（　）

A. 16　　B. 18

C. 20　　D. 22

6. [2026·江西赣州一模] 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_2=3$，$2S_n=(n+1)a_n$（$n\in\mathbf{N}^*$）. 在数列$\{b_n\}$中，$b_1=a_1$，且$b_1b_2b_3\cdots b_{n+1}=2^{S_n}$. 设$T_n$为数列$\{b_n\}$的前$n$项和，则$T_{2026}=$（　）

A. 2^{2026}　　B. $2^{2026}-1$

C. 2^{2025}　　D. $2^{2025}-1$

7. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=m$（m为正整数），$a_{n+1}=\begin{cases}\frac{a_n}{2}，当a_n为偶数时，\\3a_n+1，当a_n为奇数时.\end{cases}$若$a_8=1$，则$m$的值不可能为（　）

A. 16　　B. 19

C. 20　　D. 21

二、多项选择题

8. [2026·浙江Z20联盟二模] 若数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=2a_n-1$，$b_n=\log_2a_n$，则（　）

A. $a_2=2$

B. $b_2+b_4+b_6+b_8+b_{10}=25$

C. $\{b_{a_n}\}$为等比数列

D. $a_n>b_n$

9. [2026·福建泉州模拟] 记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，若$a_1=1$，$a_{n+1}=S_n$，则（　）

A. $a_3=2$

B. $\{a_n\}$为等比数列

C. $S_5=16$

D. $\{\log_2S_n\}$为等差数列

三、填空题

10. [2026·河南南阳二模] 已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1=\frac{1}{2}$，且满足$a_{n+1}=\frac{a_n}{na_n+1}$，则$a_6=$_____.

11. [2026·湖南岳阳一模] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=3a_n+4$，则数列$\{a_n\}$的前100项和为_____.

12. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$a_3=2$，$a_{n+1}=\begin{cases}3a_n+1，a_n=2k-1，\\\frac{a_n}{2}，a_n=2k，\end{cases}$$k\in\mathbf{N}^*$，则$S_{91}=$_____.

四、解答题

13. (13 分)[2026·广东汕头二模] 已知数列$\{a_n\}$的前三项均为 1,$\{b_n\}$是公比为 3 的等比数列,且$b_n=a_n+a_{n+1}+a_{n+2}(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)(6 分)求$\{\log_3(b_{n+1}-b_n)\}$的前 n 项和 S_n;

(2)(7 分)求 a_{100}.

14. (13 分)[2026·山东泰安三模] 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $a_1=2$,$a_{n+1}=2S_n+2$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)(6 分)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)(7 分)数列$\{b_n\}$满足$b_n=\begin{cases}a_n,n\text{ 为奇数},\\3n-1,n\text{ 为偶数},\end{cases}$求数列$\{b_n\}$的前 $2n$ 项和 T_{2n}.

思维探索

15. [2026·浙江台州二模] 已知数列$\{a_n\}$共有 5 项,各项均为正整数,且对任意$n\in\{1,2,3,4\}$,满足$|a_{n+1}-a_n|=1$,若 $k(k\in\mathbf{N}^*)$为数列$\{a_n\}$中的项,记满足题意的数列$\{a_n\}$的个数为 A_k,则 $A_2-A_1=$ (　　)

A. 12　　B. 14

C. 16　　D. 18

基础教育行业专研品牌 全品 SINCE 1992 30+年专注教育行业